



Ecuaciones de Einstein



Cynthia Guadalupe – De Loza Aguilar

Resumen.- Albert Einstein en 1905 publicó su teoría de la relatividad especial, más tarde en 1915 publicó otra de sus teorías llamada relatividad general así, como las Ecuaciones de Einstein, en este artículo se trata de comprender acerca de sus teorías así como la complejidad de sus ecuaciones, también se estudia una de las soluciones a las Ecuaciones de Einstein el Espacio-Tiempo de Schwarzschild.

Introducción

Hacia finales del siglo XIX, empezaron a aparecer discrepancias con la idea de un éter que lo llenara todo. Se creía que la luz se propagaría por el éter con una velocidad fija, pero que si un observador viajaba por el éter en la misma dirección que la luz, la velocidad de ésta le parecería menor, y si viajaba en dirección opuesta a la de la luz, su velocidad le parecería mayor.

Sin embargo, una serie de experimentos no consiguió confirmar esta idea. Los experimentos más cuidadosos y precisos fueron los realizados por Albert Michelson y Edward Morley en la Case School of Applied Science, en Cleveland, Ohio, en 1887, en que compararon la velocidad de la luz de dos rayos mutuamente perpendiculares. Cuando la Tierra gira sobre su eje y alrededor del Sol, el aparato se desplaza por el éter con rapidez y dirección variables. Pero Michelson y Morley no observaron diferencias diarias ni anuales entre las velocidades de ambos rayos de luz. Era como si ésta viajara siempre con la misma velocidad con respecto al observador, fuera cual fuera la rapidez y la dirección en que éste se estuviera moviendo.

Basándose en el experimento de Michelson-Morley, el físico irlandés George FitzGerald y el físico holandés Hendrik Lorentz sugirieron que los cuerpos que se desplazan por el éter se contraerían y el ritmo de sus relojes disminuiría. Esta contracción y esta disminución del ritmo de los relojes sería tal que todos los observadores medirían la misma velocidad de la luz, independientemente de su movimiento respecto al éter.

Fue por lo que Einstein en 1905 formuló el postulado de que las leyes de la ciencia deberían parecer las mismas a todos los observadores que se movieran libremente, La velocidad de la luz es independiente del movimiento del observador y tiene el mismo valor en todas las direcciones.

Relatividad general

En 1913, Einstein y Grossmann escribieron un artículo conjunto en que propusieron la idea de que lo que consideramos fuerzas gravitatorias son sólo una expresión del hecho de que el espacio-tiempo es curvo. Sin embargo, debido a un error de Einstein, no pudieron hallar las ecuaciones que relacionan la curvatura del espacio-tiempo con su contenido de masa y energía. Einstein siguió trabajando en el problema hasta que finalmente dio con las ecuaciones correctas en noviembre de 1915. Había hablado de sus ideas con el matemático David Hilbert durante una visita a la Universidad de Gotinga en verano de 1915, y éste halló independientemente las mismas ecuaciones unos pocos días antes que Einstein. Sin embargo, como el mismo Hilbert admitió, el mérito de la nueva teoría correspondía por completo a Einstein, ya que suya había sido la idea de relacionar la gravedad con la deformación del espacio-tiempo.

Más tarde la nueva teoría del espacio-tiempo curvado fue denominada relatividad general para distinguirla de la teoría original sin gravedad que es conocida como relatividad especial.

En la teoría de Einstein el espacio y el tiempo pasaron a ser un escenario pasivo en el que se producen acontecimientos en la dinámica del universo. Ello produjo un problema que se mantiene en la frontera de la física a lo largo del siglo XX. El universo está lleno de materia, y ésta deforma el espacio-tiempo de tal suerte que los cuerpos se atraen. Einstein halló que sus ecuaciones no admitían ninguna solución que describiera un universo estático, invariable en el tiempo. En vez de abandonar este universo perdurable, en que tanto él como la mayoría de la gente creían, trucó sus ecuaciones añadiéndoles un término denominado la constante cosmológica, que curvaba el espacio-tiempo en el

sentido opuesto, de manera que los cuerpos se repelían. El efecto repulsivo de la constante cosmológica podría cancelar el efecto atractivo de la materia, y permitir así una solución estática para el universo.

Tras observaciones en 1920 con el telescopio de 100 pulgadas de Monte Wilson se relevaron que cuanto más lejos se hallan las otras galaxias, con mayor velocidad se separan de nosotros. El universo se está expandiendo, y la distancia entre dos galaxias cualesquiera aumenta regularmente con el tiempo. Este descubrimiento eliminó la necesidad de una constante cosmológica que proporcionará una solución estática para el universo. Años después, Einstein dijo que la constante cosmológica había sido el mayor error de su vida. Ahora, en cambio, parece que podría no haberse tratado de un error, después de todo: observaciones recientes, sugieren que podría haber, en efecto, una pequeña constante cosmológica.

La relatividad general combina la dimensión temporal con las tres dimensiones espaciales para formar lo que se llama espacio-tiempo. La teoría incorpora los efectos de la gravedad, afirmando que la distribución de materia y energía en el universo deforma y distorsiona el espacio-tiempo, de manera que ya no es plano. Los objetos intentan moverse en trayectorias rectilíneas en el espacio-tiempo, pero como éste está deformado, sus trayectorias parecen curvadas: se mueven como si estuvieran afectados por un campo gravitatorio.

En 1963, dos científicos rusos, Evgenii Lifshitz e Isaac Khalatnikov, afirmaron haber demostrado que todas las soluciones de las ecuaciones de Einstein que poseen una singularidad deberían tener una distribución muy especial de materia y de velocidades. La probabilidad de que la solución que representa el universo tuviera esta disposición especial era prácticamente nula. Casi ninguna de las soluciones que podrían representar el universo poseería una singularidad con una densidad infinita.

Considerando un cono de luz correspondiente a nuestro pasado, es decir, las trayectorias, en el espacio-tiempo, de los rayos de luz de galaxias distantes que nos están llegando en el presente. En un diagrama en que el tiempo corresponda al eje vertical y el espacio a los ejes perpendiculares a éste, tales trayectorias se hallan en el interior de un cono cuyo vértice, o punta, se halla en nosotros. A medida que vamos hacia el pasado, bajando desde el vértice del cono, vemos galaxias de tiempos cada vez más anteriores. Como el universo se ha estado expandiendo y todo estaba mucho más próximo entre sí, a medida que miramos un futuro más distante contemplamos regiones de densidad de materia cada vez mayor.

Penrose y Stephen Hawking gracias a esto lograron demostrar que en el modelo matemático de la relatividad general, el tiempo debe haber tenido un comienzo en el que denominamos gran explosión inicial o big bang. Lifshitz y Khalatnikov habían quedado en una posición bastante embarazosa. No podían hallar argumentos contra los teoremas matemáticos que habían demostrado Penrose y Hawking.

Ecuaciones de Einstein

Las ecuaciones de Einstein fueron presentadas por Albert Einstein en 1915

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

Del lado izquierdo se tiene la curvatura, es decir, la geometría donde:

$R_{\mu\nu}$ - Tensor de curvatura de Ricci,

R - Escalar de curvatura de Ricci,

$g_{\mu\nu}$ - Tensor simétrico,

Λ - Constante cosmológica.

Del lado derecho la materia donde:

$G = 6.67384 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$ (Constante de gravitación universal),

$c = 299792458 \frac{m}{s}$ (velocidad de la luz),

$T_{\mu\nu}$ - Tensor de energía momento.

Las ecuaciones de Einstein nos relacionan materia con geometría, la materia es la que determina la geometría, en palabras de Wheeler “la materia le dice al espacio cómo curvarse y el espacio le dice a la materia como moverse”.

La materia curva al espacio y el espacio determina la trayectoria de la materia. El círculo se cierra, los cuerpos siguen las trayectorias determinadas por la curvatura del espacio y es la materia la que curva a dicho espacio.

La relación entre materia y geometría es más dinámica de lo que la pueden describir matemáticas. Estas ecuaciones son de una gran complejidad, no sólo conceptual sino en términos prácticos, tienen una enorme cantidad de términos. En 4D, las Ecuaciones de Einstein son 10 ecuaciones diferenciales de segundo orden, acopladas altamente no lineales. Son el ejemplo más complejo de ecuaciones diferenciales que tiene la Física.

Resolver las ecuaciones de Einstein, es dar un conjunto de funciones $(g_{\mu\nu}; T_{\mu\nu})$, que satisfagan a dichas ecuaciones. Pero no sólo esto, sino que deben tener sentido físico.

Espacio-tiempo de Schwarzschild

Schwarzschild en 1916, utilizo las técnicas que ahora son estándar en buscar solución a las ecuaciones diferenciales y es el introducir simetrías. Considera entonces para el espacio-tiempo la máxima simetría, la esférica y que dicho espacio tiempo es estático, es decir, $g_{\mu\nu,t} = 0, \forall \mu, \nu$. Dada estas simetrías podemos inferir la forma del elemento de línea correspondiente. En efecto, el espacio-tiempo

$$ds^2 = -c^2 \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2$$

Considerando lo que sería la historia de una estrella con una masa veinte veces la del Sol. Tales estrellas se forman a partir de nubes de gas, como las de la nebulosa de Orión. A medida que dichas nubes se contraen bajo la acción de su propia gravedad, el gas se calienta y al final llega a temperatura suficientemente elevada para iniciar la reacción de fusión nuclear que convierte hidrógeno en helio. El calor generado en este proceso produce una presión que sostiene la estrella contra su propia gravedad y detiene su contracción. Una estrella permanecerá en este estado durante un largo tiempo, quemando hidrógeno y radiando luz al espacio.

Las estrellas muy pesadas queman el hidrógeno para formar helio mucho más rápidamente que el Sol, hasta el punto que puede agotar el hidrógeno en centenares de millones de años. Tras ello, las estrellas se enfrentan a una crisis. Pueden quemar helio y formar elementos más pesados, como por ejemplo carbono y oxígeno, pero estas reacciones nucleares no liberan mucha energía, de manera que las estrellas pierden calor y disminuye la presión térmica que las sostiene contra la gravedad. Por lo tanto, empiezan a contraerse. Si su masa es mayor que unas dos veces la masa solar, la presión nunca será suficiente para detener la contracción. Se colapsarán a tamaño cero y a densidad infinita para formar lo que llamamos una singularidad. La estrella se habrá convertido en un agujero negro.

Conclusiones

Las ecuaciones de Einstein son muy complejas por lo que no hay una única solución. Así como la solución en vacío de Schwarzschild, existen otras más como el Espacio-tiempo de Friedman – Lemaître, este utiliza las simetrías, buscando una solución para un fluido perfecto en el que considero que dicho fluido era homogéneo e isotrópico, actualmente se conoce como Principio Cosmológico. En la actualidad se siguen buscando soluciones.

Bibliografía

- [1]. D. Núñez - J.C. Degollado. Relatividad General UNAM
- [2]. S. Hawking. El universo es una cascara de nuez