

Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías
Universidad de Guadalajara

Examen de Admisión 2020B
Maestría en Ciencias en Matemáticas

Incluye en tus respuestas todos los procedimientos y justificaciones.

Sección 1: Cálculo

1. Calcula lo siguiente:
 - (a) El límite de la sucesión $\left(\frac{2n-3}{2n+7}\right)^4$.
 - (b) La integral $\int e^{e^x} e^x dx$.
2. Usando la definición, demuestra que $\frac{d}{dx}(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.
3. Sean $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funciones. Si no existe ni $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ni $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ para algún $a \in \mathbb{R}$, ¿puede existir $\lim_{x \rightarrow a}[f(x)+g(x)]$ o $\lim_{x \rightarrow a}[f(x)g(x)]$? Escribe una demostración o da un contraejemplo.
4. Determina la solución general de la siguiente ecuación diferencial:

$$y' + 2xy = x^3.$$

Sección 2: Álgebra Lineal

5. Sea S un subespacio de un espacio vectorial V .
 - (a) Demuestra que si $\dim(S) = \dim(V) < \infty$, entonces $S = V$.
 - (b) Da un contraejemplo del punto anterior cuando V no es de dimensión finita.
6. Sean V y W espacios vectoriales tales que $\dim(V) < \dim(W)$. Demuestra que no existe una transformación lineal sobreyectiva de V a W .
7. Sea $\tau : V \rightarrow V$ un endomorfismo de V tal que $\ker(\tau) = \ker(\tau^2)$. Demuestra que $\text{Im}(\tau) \cap \ker(\tau) = \{\mathbf{0}\}$.
8. Encuentra todos los valores y vectores propios de la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}.$$

Sección 3: Programación

9. Escribe un algoritmo tal que dado un entero positivo x construya un entero positivo y cuyos dígitos sean los dígitos de x al revés. Por ejemplo,

$$\text{si } x = 12345 \Rightarrow y = 54321.$$

10. Dadas dos listas ordenadas crecientes a y b de números reales de tamaños n y m , respectivamente, escribe un algoritmo que construya una lista ordenada creciente c formada por los elementos de ambos. Por ejemplo, con $n = 5$, $m = 6$, y

$$a = (-3, -1, 1, 13, 15), \quad b = (-5, -2, 3, 7, 22, 140)$$

$$c = (-5, -3, -2, -1, 1, 3, 7, 13, 15, 22, 140).$$