

**Examen de Admisión 2020B**  
**Maestría en Ciencias en Matemáticas**

---

**Incluye en tus respuestas todos los procedimientos y justificaciones.**

**Sección 1: Cálculo**

1. Calcula lo siguiente:

(a) El límite de la sucesión  $\left(\frac{2n-3}{2n+7}\right)^4$ .

(b) La integral  $\int e^{e^x} e^x dx$ .

2. Usando la definición, demuestra que  $\frac{d}{dx}(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .

3. Sean  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funciones. Si no existe ni  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  ni  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$  para algún  $a \in \mathbb{R}$ , ¿puede existir  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)]$  o  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)g(x)]$ ? Escribe una demostración o da un contraejemplo.

4. Determina la solución general de la siguiente ecuación diferencial:

$$y' + 2xy = x^3.$$

**Sección 2: Álgebra Lineal**

5. Sea  $S$  un subespacio de un espacio vectorial  $V$ .

(a) Demuestra que si  $\dim(S) = \dim(V) < \infty$ , entonces  $S = V$ .

(b) Da un contraejemplo del punto anterior cuando  $V$  no es de dimensión finita.

6. Sean  $V$  y  $W$  espacios vectoriales tales que  $\dim(V) < \dim(W)$ . Demuestra que no existe una transformación lineal sobreyectiva de  $V$  a  $W$ .

7. Sea  $\tau : V \rightarrow V$  un endomorfismo de  $V$  tal que  $\ker(\tau) = \ker(\tau^2)$ . Demuestra que  $\text{Im}(\tau) \cap \ker(\tau) = \{\mathbf{0}\}$ .

8. Encuentra todos los valores y vectores propios de la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}.$$

### Sección 3: Programación

9. Escribe un algoritmo tal que dado un entero positivo  $x$  construya un entero positivo  $y$  cuyos dígitos sean los dígitos de  $x$  al revés. Por ejemplo,

$$\text{si } x = 12345 \quad \Rightarrow \quad y = 54321.$$

10. Dadas dos listas ordenadas crecientes  $a$  y  $b$  de números reales de tamaños  $n$  y  $m$ , respectivamente, escribe un algoritmo que construya una lista ordenada creciente  $c$  formada por los elementos de ambos. Por ejemplo, con  $n = 5$ ,  $m = 6$ , y

$$a = (-3, -1, 1, 13, 15), \quad b = (-5, -2, 3, 7, 22, 140)$$

$$c = (-5, -3, -2, -1, 1, 3, 7, 13, 15, 22, 140).$$