

Sistemas de Ecuaciones, Matrices y Determinantes

Guía Sintetizada de Estudio

Este material constituye una breve introducción a la Guía en extenso, ubicada en https://www.cucei.udg.mx/maestrias/matedu/sites/default/files/guia_semd.pdf y contiene problemas típicos, relacionados con conceptos de vectores, matrices y determinantes lo que permite finalmente lograr el objetivo principal: mostrar el dominio de los diferentes métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Además, en el examen final pueden aparecer problemas de aplicación. Para el estudio de temas se recomienda leer la bibliografía (los libros mencionados están disponibles en la biblioteca de la UdeG). También hay una variedad de material didáctico en internet.

Problemas

1. Sean los vectores $\vec{a} = (-3, 2, -1, 5)$, $\vec{b} = (2, -1, 4, 2)$, $\vec{c} = (1, -3, 6, 0)$. Encontrar:

$$\vec{a} + \vec{b}, \quad \vec{b} \cdot \vec{c}, \quad (\vec{b} + \vec{c}) \cdot \vec{a}, \quad |\vec{b}|^2, \quad \vec{b} \cdot \vec{b}.$$

2. Calcular $C^T 2A^T - 2C^T B$, si $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

3. Sean A, B dos matrices cuadradas diferentes, pero del mismo tamaño $n \times n$.

Responder si se cumplen las siguientes afirmaciones (S - siempre, A - a veces, N - nunca):

- $\det(AB) = \det(BA)$, donde \det es determinante de la matriz.
- Si $AB = BA$ entonces $AB^{-1} = B^{-1}A$, donde B^{-1} es la matriz inversa de B .
- $(AB)^T = A^T B^T$, donde T significa operación de transposición.



4. Cómo va a cambiarse el determinante de una matriz cuadrada de $n \times n$ si todos sus elementos cambian su signo.
5. Calcular el siguiente determinante, usando propiedades de determinantes ($a \neq 0$)

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & a \\ 1 & 2 & 0 & 0 & a \\ 1 & 2 & 3 & 0 & a \\ 1 & 2 & 4 & 4 & a \\ 1 & 2 & 5 & 5 & 5+a \end{vmatrix}.$$

6. Concluir sobre consistencia del sistema. Resolverlo (determinar su solución general):

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2, \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 = a, \end{cases} \quad a \in \mathbb{R} \text{ es una constante.}$$

7. Resolver el sistema usando la regla de Cramer:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 8. \end{cases}$$

8. Se desea envasar nueces, almendras y cacahuates en lata, de manera que contenga 4 cacahuates por cada nuez y la misma cantidad de nueces que de almendras. Si se desea envasar un total de 20 kg. ¿cuántos kilogramos de cada producto hay que adquirir?
9. Sea L un espacio lineal de los polinomios del grado no mayor que dos. Determinar si los vectores $1, x, x^2, 2x^2 - 3x + 4$ forman un sistema linealmente independiente.
10. Una cafetería tiene 56 mesas, x mesas con 4 asientos cada una, y mesas con 8 asientos cada una y z mesas con 10 asientos cada una. La capacidad de asientos de la cafetería es de 664. Durante una tarde se ocuparon la mitad de las x mesas, un cuarto de las y mesas y un décimo de las z mesas, para un total de 19 mesas. ¿Cuántas de cada tipo se usaron esa tarde?



Bibliografía

Arroyo Paniagua, María José, Shirley Thelma Bromberg Silverstein. *Álgebra Lineal*. Ed. Trillas, 2021.

Castañeda Hernández, Sebastián, et al. *Manual de Álgebra Lineal*. Universidad Del Norte, 2020.

Grossman, Stanley I., José Job Flores Godoy. *Álgebra Lineal*. McGraw-Hill Interamericana Editores, S.A. de C.V, 2019.

Larson, Ron, et al. *Matemáticas IV: Álgebra Lineal*. Cengage Learning Editores, S.A. de C.V, 2019.

Lay, David C., et al. *Álgebra Lineal y sus Aplicaciones*. Pearson Educación de México, S.A. de C.V, 2016.

Torres Arias, José Jesús. *Matrices y Sistemas de Ecuaciones Lineales*. Universidad de Medellín, Sello Editorial, 2015.