

## Cálculo diferencial

### Guía Sintetizada de Estudio

Este material constituye una breve introducción a la Guía en extenso, ubicada en [https://www.cucei.udg.mx/maestrias/matedu/sites/default/files/guia\\_calculo\\_diferencial.pdf](https://www.cucei.udg.mx/maestrias/matedu/sites/default/files/guia_calculo_diferencial.pdf) y contiene problemas típicos.

### Problemas

1. Hallar los límites:

- $\frac{1+x^2}{3x-1}$
- $\frac{1-\sqrt{x}}{x}$
- $\frac{\arcsen 2x}{x}$
- $\frac{\cos 3x - \cos 7x}{x^2}$
- $\frac{e^{5x}-1}{\tan x}$
- $\frac{1}{x^{x-1}}$
- $\frac{2^x - x^2}{x-2}$
- $\frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{6-x}}{2-x}$

2. Encontrar todos los valores  $a$  para que la función  $y(x)$  sea continua:

- $y = \begin{cases} \frac{(1+x)^{n-1}}{x}; & x \neq 0 \\ a; & x = 0 \end{cases}$
- $y = \begin{cases} \arcsen x * \cot x; & x \neq 0 \\ a; & x = 0 \end{cases}$
- $y = \begin{cases} \frac{x}{\ln(1+2x)}; & x \neq 0 \\ a; & x = 0 \end{cases}$

3. Encontrar todos los valores  $\alpha$  y  $\beta$  para que la función  $y(x)$  sea diferenciable:

- $y = \begin{cases} \alpha x + \beta; & x \leq 1 \\ x^2; & x > 1 \end{cases}$
- $y = \begin{cases} \alpha + \beta x^2; & |x| < 1 \\ \frac{1}{|x|}; & |x| \geq 1 \end{cases}$

4. Hallar las derivadas  $y' = \frac{dy}{dx}$  de las funciones paramétricas:
- $y = \{x = e^{-t} \ y = t^3 \quad -\infty < t < +\infty$
  - $y = \{x = e^t \cos t \ y = e^t \sin t \quad -\infty < t < +\infty$
5. Hallar la derivada n-ésima de las siguientes funciones:
- $y = \operatorname{sen} x$
  - $y = e^{-3x}$
  - $y = \ln(ax + b)$
  - $y = \frac{1}{1+x}$
  - $y = \frac{1}{\sqrt{1-2x}}$
6. En el segmento de la parábola  $y = x^2$  comprendido entre los puntos  $A(1,1)$  y  $B(3,9)$  hallar un punto cuya tangente sea paralela a la cuerda  $AB$ .
7. Encontrar todos los valores  $a$  para que la función  $f(x)$  sea creciente para todo el intervalo  $(-\infty, +\infty)$ :
- $f(x) = x^3 - ax$
  - $f(x) = (8a - 7)x - a \operatorname{sen} 6x - \operatorname{sen} 5x$
  - $f(x) = ax - \operatorname{sen} x$
8. La ecuación  $e^x = 1 + x$  evidentemente, tiene una raíz,  $x = 0$ . Demostrar que esta ecuación no puede tener otra raíz real.
9. Hallar los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión de las gráficas de las siguientes funciones:
- $f(x) = 2x^4 - 3x^2 + x - 1$
  - $f(x) = \sqrt[3]{1 - x^3}$
  - $f(x) = \frac{|x-1|}{x^2}$
  - $f(x) = 4x^3 + \frac{1}{x}$



10. Investigar el comportamiento de las funciones dadas y bosquejar sus gráficas utilizando sólo los datos de investigación que se enuncian abajo.

a)  $f(x) = 5x^4 - 3x^3 + x - 3$

b)  $f(x) = \sqrt[3]{2 - x^2}$

c)  $f(x) = \arcsen \frac{2x}{1+x^2}$

d)  $f(x) = \frac{x}{2} - 2\arctan x$

**Datos de investigación:**

- Dominio de la función.
- Puntos de discontinuidad y el comportamiento de la función en la cercanía de estos puntos.
- Asíntotas.
- Puntos de intersección con los ejes.
- Intervalos de signo constante.
- Puntos mínimos y máximos.
- Intervalos de monotonía.
- Puntos de inflexión.
- Intervalos de concavidad (hacia arriba, hacia abajo).
- Bosquejo de la gráfica.